

Fibonacci e Federico II: L'incontro della matematica araba con l'Europa

Daniele C. Struppa

Donald Bren Presidential Chair in Mathematics

President, Chapman University

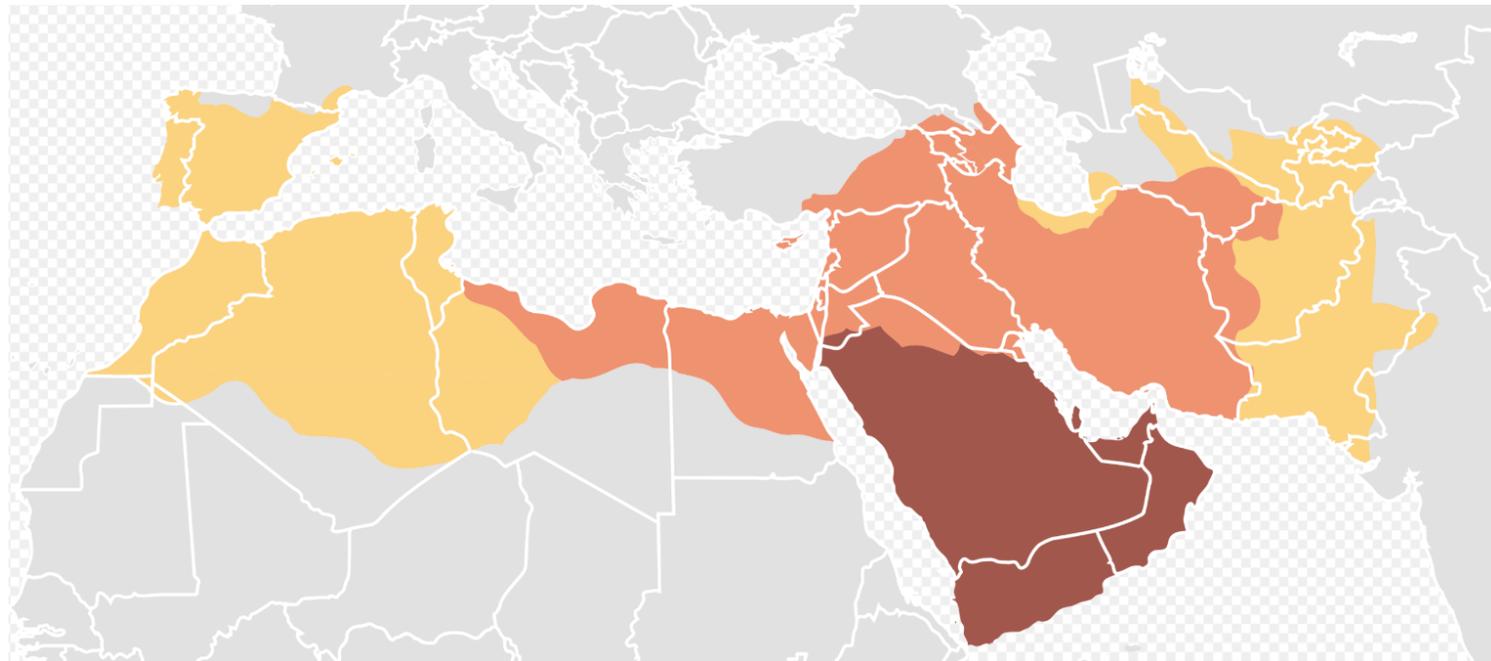


CHAPMAN
UNIVERSITY



Gli Arabi nel Mediterraneo: 622-750

- Espansione sotto Mohammed: 622-632
- Califfato Rashidun: 632-651
- Califfato Umayyad: 651-750



Harun al-Rashid fonda la Bayt al-Hikma in Baghdad

- al-Khwarizmi
- Ibn al-Haytam (Alhazen)
- al-Hasan ibn Muysa ibn Shakir
- Omar Khayyam
- al-Farghani
- Abu Ja'far al-Kazhin



Fibonacci: una biografia

- 1170: nasce a Pisa da Guglielmo ed Alessandra Bonacci
- 1186-7 (circa): segue il padre a Béjaïa (Bugia nella Algeria di oggi)
- 1202: torna a Pisa e scrive *Liber Abaci*
- 1220-23: scrive *Practica Geometriae*
- 1224-25: scrive *Flos*
- 1225: incontra Federico II a Pisa, grazie a Michele Scoto
- 1225-27: scrive *Liber Quadratorum*
- 1240 (circa): muore a Pisa

Il califfato Almohad nel 1186, sotto Abu Yusu Ya'qub al-Mansur



Federico II: *Stupor Mundi*

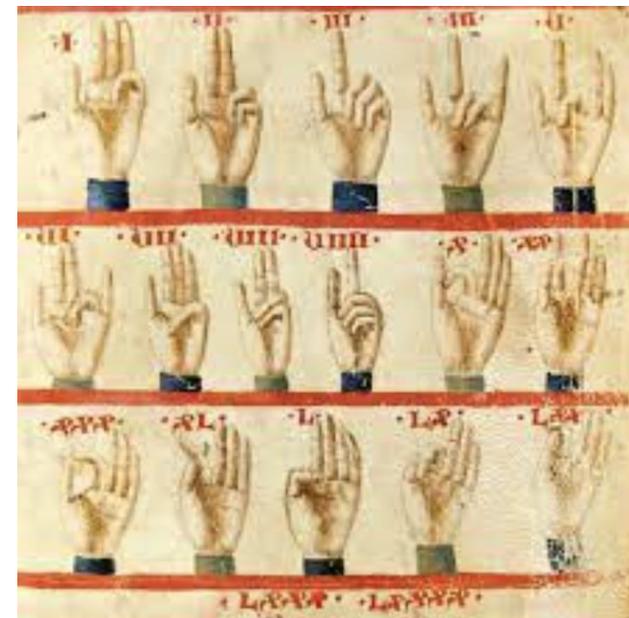
- 1194: nasce a Jesi, figlio di Enrico VI (figlio del Barbarossa) e Costanza di Sicilia (figlia di Ruggero II)
- 1212-15: incoronato Re dei romani (Magonza e Aquisgrana)
- 1220: incoronato Imperatore del Sacro Romano Impero a Roma
- 1225: incontra Fibonacci a Pisa
- 1229: conclusione della quinta crociata ed accordo con al-Kamil
- 1250: muore a Castel Fiorentino...*sub flore*, come previsto da Michele Scotus

Fibonacci: il viaggio a Bugia

- Segue il padre in una impresa diplomatico-commerciale
- Impara la lingua araba
- Studia I grandi matematici greci nelle traduzioni arabe
- Studia I grandi matematici arabi
- Impara la numerazione posizionale
- Rientra poi a Pisa all'inizio del 1200 e scrive il suo primo libro

Il primo incontro...I numero indo-arabi

- I numeri indo-arabi 1,2,3,...,9
 - 976: Codex Albeidensis
 - 999: Papa Silvestro II (Gerberto di Aurillac) introduce un abaco
- Notazione posizionale e numero zero
 - Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus
 - Indigitazione

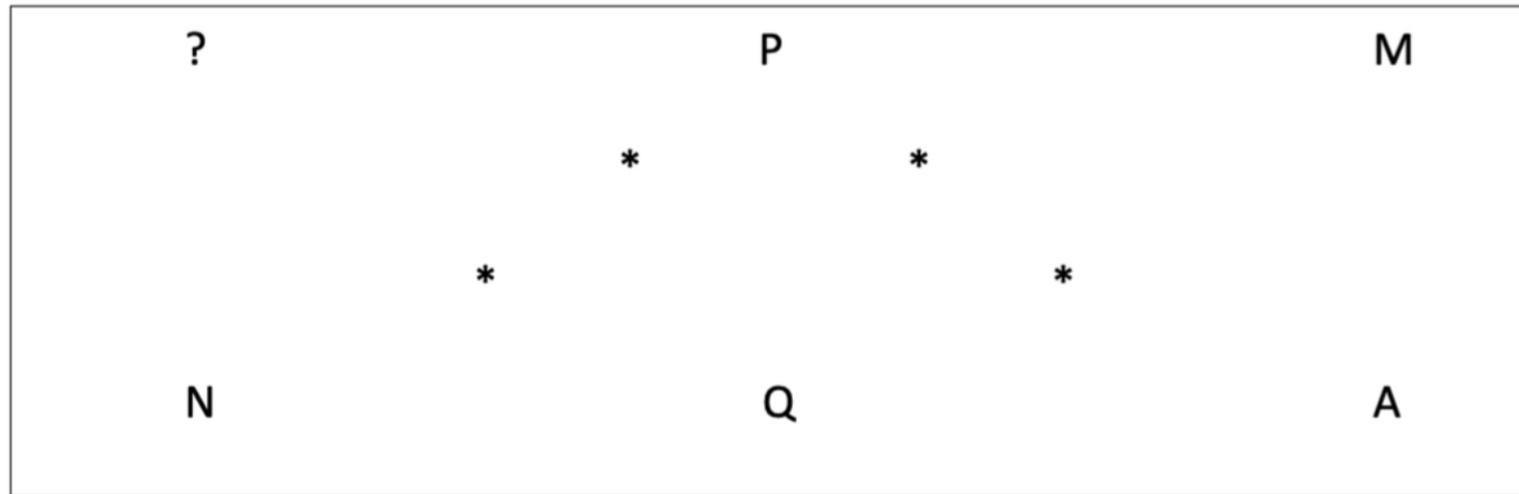


L'importanza del sistema posizionale

- Come calcolare $XIX - VI$? $XIX - VI = XVIII - VI = XIII$
- Peggio...come calcolare il prodotto tra XIX e VI ?
- Paragoniamolo alla semplicità di $19 - 6 = 13$ e $19 \times 6 = 114$
- Importanza di questo sistema anche per la rappresentazione di numeri assai grandi (cf. l'*Arenario* di Archimede)

L'obiettivo del *Liber Abaci*

- Un libro scritto per mercanti
- Scritto come metodo pratico, non con scopo didattico, e la cui origine (non la mnemonica) F. attribuisce ad Abu Ja'far Ahmad ibn Yusuf
- ?=NPA/MQ



La falsa posizione (nota già agli Egizi)

- C'è un albero di cui $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ sono 21 palmi. Si chiede quale sia la sua lunghezza.
- La falsa posizione che scelgo è 12. Allora la somma di un terzo ed un quarto sarebbe 7, invece di 21.
- Per risolvere faccio allora che $7:21=12:x$ e trovo che la lunghezza x è data da 36.
- Modernamente si resolve con un'equazione di primo grado del tipo $ax=b$

Il metodo elchataym (dall'arabo al-khata'ayn) “per mezzo del quale si risolvono praticamente tutte le questioni” (*Liber Abaci*, cap. 13)

- Un viaggiatore passa da Lucca, Firenze e Pisa, raddoppiando in ogni città il denaro con cui arriva e spendendo ogni volta 12 denari. Se alla fine non ha un soldo, con quanto era partito?
- La prima falsa posizione sia 12, allora arriverebbe con 12 denari.
- La seconda falsa posizione sia 11, allora arriverebbe a 4.
- Dunque un cambiamento di 1 nel capitale porta ad un cambiamento di 8 nel risultato finale. E quindi per avere zero devo fare un altro cambiamento di $\frac{1}{2}$. Quindi la soluzione sarà $10 \frac{1}{2}$.
- Modernamente questi problemi sono risolti con equazioni di primo grado del tipo $ax+b=c$.

L'incontro con la corte di Federico II

- Master Michele Scotus
- Master Dominicus
- Master Johanne di Palermo
- Master Theodorus

Liber Abaci: 1202 e poi 1227

Dedica della versione del 1227 a Master Scotus:

Scripsistis mihi domine mi magister Michael Scotte, summe philosophe, ut librum de numer, quem dudum composui, vobis transcriberem; unde vestrae obsecundans postulation, ipsum subtiliori perscrutans indagine ad vestrum honorem et aliorum multorum utilitatem correxi. In cuius correctione quedam necessaria addidj, et quedam superflua resecaui. In quo plenam numerorum doctrinam adidij, iuxta modum indorum, quem modum in ipsa scientia prestantiorem elegi.

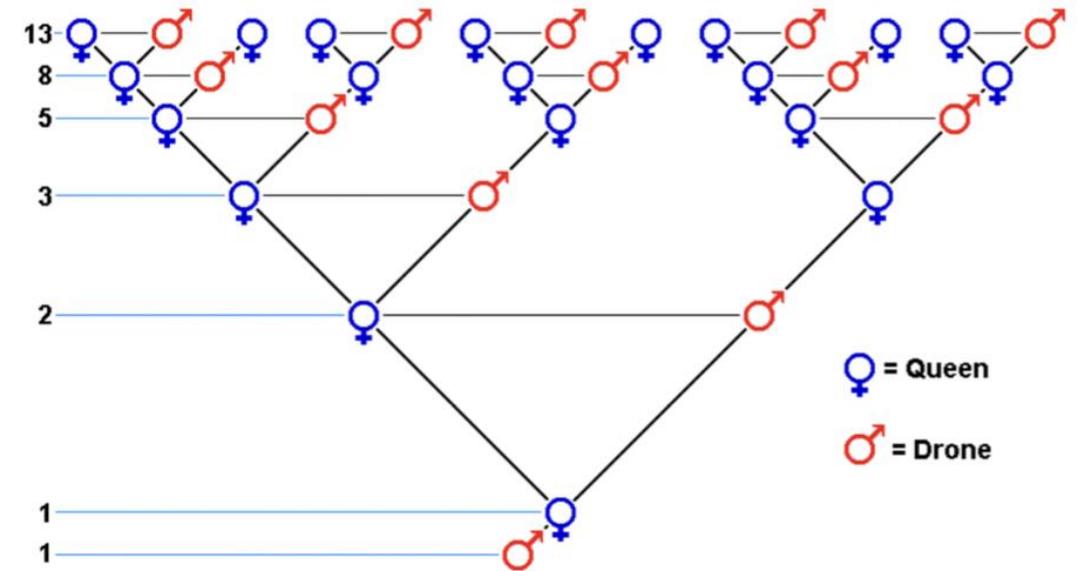
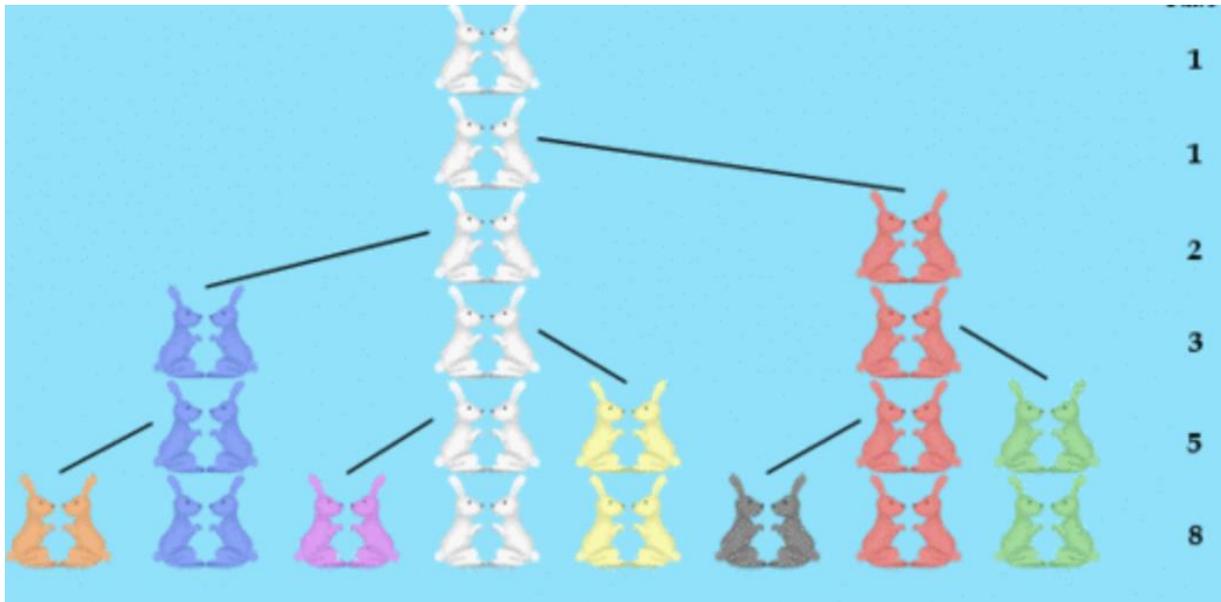
(Mio signore e maestro, sommo filosofo, Michele Scotus mi avete scritto di copiare per voi il libro sul numero che ho scritto tempo fa, per cui, assecondando la vostra richiesta, esaminandolo con accuratezza, l'ho corretto in vostro onore e per renderlo utile a molti altri. Durante la correzione ho aggiunto qualcosa di necessario e tagliato qualcosa di superfluo. In esso ho reso nota l'intera dottrina dei numeri secondo il metodo indiano, metodo che ho scelto come il più efficiente in questa scienza.)

Michele Scotus...*colui che veramente de le magiche frode seppe il gioco* (Inf. XX, 115)

- La distanza del pavimento del palazzo di Federico II dal Cielo
- Le previsioni sulla morte di Federico II, e sulla sua stessa morte
- 1217: *De motibus coelorum* (trad. di *Kitab al-Hay'ah* di Alpetragius, cioè Nur ad-Din al-Bitruji)
- 1230: *De animalibus* (traduzione di Aristotele, con sue elaborazioni, usato poi dall'imperatore per il suo trattato sulla caccia col falcone)
- Primo studio sugli arcobaleni quaternari (probabilmente basato su storie maghrebine e sulle ricerche fisiche di al-Alhazen, 965-1039)

La successione di Fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13,21,34,...

Conigli o api? Scoto o Bugia?



Master Dominicus e *De Practica Geometriae* (1220-23)

- Dominicus, amico e maestro reverendo! Mi hai chiesto di scrivere un libro di geometria pratica. Stimolato dalla tua amicizia, e cedendo alla tua richiesta, ho riscritto per te un trattato che avevo già iniziato così che altri possano avere un trattato completo... Per fare ciò al meglio delle mie capacità e certo della tua capacità di fare le modifiche necessarie, ho preparato questo lavoro per la tua disanima, così che la tua esperienza possa correggere tutto ciò che richiede di essere corretto.
- Dominicus Hispanus era forse uno dei traduttori della scuola di Toledo che si trasferì poi alla corte di Federico II, ma pochissimo si sa di lui. Le uniche tracce sono proprio in questa dedica che Fibonacci scrive.
- Dominicus introduce Fibonacci all'Imperatore, e coordina la visita del 1225.

L'incontro con l'Imperatore: Master Johanne

- Alla presenza dell'Imperatore, Master Johanne di Palermo pone un problema assai difficile. Trovare x^2 tale che x^2+5 ed x^2-5 siano ancora dei quadrati
- Fibonacci riconosce il problema come uno dato da **Abu Ja'far al-Khazin** (matematico arabo intorno al 950, cui Fibonacci deve molte delle sue osservazioni)
- Fibonacci resolve il problema e lo generalizza: per quali numeri c e' possibile trovare x^2 tale che x^2+c ed x^2-c sono quadrati? Questi numeri in termini moderni si chiamano congruenti. Una teoria assai importante e non banale.

L'incontro con l'Imperatore, Master Theodorus (di Antiochia)

- Master Theodorus formula la domanda successiva: trovare tre numeri tali che, sommati con il quadrato del primo numero, fanno un quadrato. Questo quadrato poi, sommato al quadrato del secondo numero deve dare un altro quadrato. Ed infine se si somma questo quadrato al quadrato del terzo numero troviamo un altro quadrato
- $x+y+z+x^2=w^2$; $x+y+z+x^2+y^2=q^2$; $x+y+z+x^2+y^2+z^2=p^2$
- Fibonacci non riesce a risolvere il problema, che diventa però il punto di partenza per un nuovo lavoro, che lui dedicherà proprio all'Imperatore Federico II

Problemi indiani sugli uccelli (Lettera a Master Theodorus)

- Un uomo compera 30 uccelli per 30 denari. Gli uccelli sono pernici (3 denari l'una), piccioni (2 denari l'una), e rondini (due per un denaro). Quanti uccelli ha comperato di ogni tipo?
- Fibonacci finge che si tratti di un problema di leghe metalliche. Con una lega di 4 rondini ed una pernice otterra' 5 uccelli per 5 denari. Con una lega di 2 rondini ed un piccione avra' 3 uccelli per 3 denari. Mischiamo allora le due leghe con 3 volte la prima lega e 5 volte la seconda lega. Otterremo 30 uccelli per 30 denari e precisamente 22 rondini, 3 pernici, e 5 piccioni.

Liber Quadratorum (1227)

Dopo essere stato portato a Pisa da Master Dominicus, ai piedi della Vostra maestà celeste, oh glorioso tra i principi, Signore Federico, incontrai Master Johanne di Palermo...decisi di affrontare queste questioni [problemi sui quadrati] ed iniziai a comporre, in Vostro onore, questo libro che desidero chiamare *Liber Quadratorum*. Chiedo la Vostra indulgenza se in alcuni passaggi contiene di più o di meno di quanto sia necessario; poichè ricordare tutto e non sbagliare mai è divino, e non umano, e nessuno è esente da errori.

Il resto...è storia

- La numerazione posizionale arabo-Indiana diviene usuale in occidente
- La scuola algebrica italiana inizia il suo sviluppo con i nomi di Cardano (*Ars Magna* 1545), Bombelli, Scipione del Ferro, Tartaglia
- Ma il debito con la matematica araba non scompare: Cardano scrive, nella sua introduzione ad *Ars Magna*: *Questa arte ebbe origine con Maometto, figlio di Mose' l'arabo. Leonardo di Pisa e' fonte sicura per questa affermazione.*
- Ed infatti il manoscritto di *Liber Abaci* riporta, in margine, il nome Mahumet nel capitolo (conclusivo) su algebra (*al-jabr*, riduzione) e almucabala (*al-muqābala*, confronto)



CHAPMAN
UNIVERSITY