

Obituary	Bollettino Accademia Gioenia Sci. Nat.	Vol. 41	N.° 369	pp. 1 -7	Catania 2008	ISSN 0393 - 7143
----------	---	------------	---------	----------	--------------	---------------------

Ricordo di Giuseppe Santagati

MARIO MARINO

*Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Catania
Viale Andrea Doria, 6 - 95125 - Catania, Italy*

RIASSUNTO

Il 27 dicembre 2007 si è spento a Catania, all'età di 77 anni, il matematico Giuseppe Santagati, professore emerito di Analisi matematica presso l'Università di Catania e socio emerito dell'Accademia Gioenia. Santagati si era laureato a Catania nel novembre 1955 con Federico Cafiero, discutendo una tesi di teoria della misura. Con Roberto Conti iniziò lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali di tipo iperbolico, passando poi alla teoria matematica dei controlli. In quest'ultimo campo lavorò per un lungo periodo di tempo, creando, con Giuseppe Pulvirenti, una attiva scuola. I primi lavori scientifici di Santagati riguardano il problema della relativa limitatezza di funzioni numeriche e quello del prolungamento di misure. Nell'ambito della teoria matematica dei controlli studiò prevalentemente problemi di controllo e di ottimizzazione per equazioni alle derivate parziali di tipo iperbolico. Santagati fu, presso l'Università di Catania, professore ordinario dal 1970, prima di Istituzioni di matematiche e poi di Analisi matematica. Insegnò per lunghi anni, fino al pensionamento, teoria della misura e dell'integrazione agli studenti del corso di laurea in Matematica. Fu anche preside della facoltà di Scienze MM. FF. NN. dell'Università di Catania per ben 18 anni, a partire dall'a.a. 1979-80. Si traccia qui la figura umana e scientifica di Giuseppe Santagati.

SUMMARY

In Memory of Giuseppe Santagati

The mathematician Giuseppe Santagati, Professor Emeritus of Mathematical Analysis at the University of Catania and member emeritus of the Gioenia Academy, died on the 27th of December, 2007, at the age of 77. Santagati graduated at Catania University in 1955 with a dissertation about measure theory under the supervision of Federico Cafiero. The early scientific works of Santagati were devoted to the relative boundedness of numerical functions as well as to the extension of measures. After that, with Roberto Conti, he started to study hyperbolic partial differential equations and mathematical control theory. In this field he has been active for a long time and together with Giuseppe Pulvirenti he founded a productive school. His papers are mainly devoted to control problems and optimization for hyperbolic partial differential equations. Since 1970, Santagati has been Full Professor, of Calculus and subsequently of Mathematical Analysis at the University of Catania. For many years, until his retirement, he taught both measure and integration theory to undergraduate students in Mathematics. Santagati has been the dean of the School of Mathematics, Physics and Natural Sciences for a long time, namely 18 years since 1979. The human and scientific profile of Giuseppe Santagati is sketched below.



Il 27 dicembre 2007 si è spento a Catania, all'età di 77 anni, Giuseppe Santagati. Era nato il 30 giugno 1930 a Misterbianco (CT). Nella cittadina alle porte di Catania, immersa nel verde dei "giardini" di aranci, aveva trascorso la giovinezza, purtroppo funestata da una grave forma di poliometite, che gli aveva tolto l'uso di una gamba. A Misterbianco ritornava di tanto in tanto, nei momenti liberi da impegni, per ritrovare gli amici e per "badare" agli agrumeti di famiglia, che accudiva con l'amore e la dedizione per le cose più care.

A Catania compì gli studi liceali e presso il Liceo Scientifico Statale, oggi "Principe Umberto", si innamorò della matematica. Forse fu merito di Giuseppe Fichera (1895-1952), che per diversi anni fu insegnante di matematica e fisica di Santagati e che aveva già avviato alla matematica il figlio Gaetano, "passeggiando – come ricorda Gaetano Fichera (1922-1996) – lungo i moli del porto di Catania e parlando di matematica".

Si iscrive all'Università di Catania in Scienze matematiche nell'anno accademico 1951-52 ed ha come compagno di corso Pippo Pulvirenti, con cui resterà legato da profonda amicizia e dalla comune passione scientifica. Il corso di Analisi matematica è tenuto quell'anno, per incarico, da Nicola Zammataro (1911-1959), in sostituzione di Vincenzo Amato (1881-1963) che era entrato in fuori ruolo proprio nell'a.a. 1951-52. Santagati si laurea, nel novembre 1955, con Federico Cafiero (1914-1980), chiamato a Catania l'anno prima alla cattedra che era stata di Vincenzo Amato.

Cafiero fa nominare Santagati assistente incaricato e lo avvia alla ricerca scientifica, in quella branca della Matematica, la teoria della misura, di cui Cafiero era profondo conoscitore in quanto allievo del grande matematico napoletano Renato Caccioppoli (1904-1959), fondatore della moderna teoria della misura.

Maestro di Santagati fu pure Roberto Conti (1923-2006), che nel 1956 viene a Catania per ricoprire la cattedra di Analisi matematica che era stata fino all'anno prima di Pia Nalli (1886-1964) e che indirizza l'allievo allo studio delle Equazioni differenziali e della Teoria matematica dei controlli. Nel luglio del 2000 il Dipartimento di Matematica e Informatica volle festeggiare Santagati, in occasione dei suoi 70 anni, organizzando un convegno a Lui dedicato su "Analisi reale e Teoria dei controlli". In quella occasione, sebbene settantasettenne, venne a Catania per tenere una conferenza Roberto Conti. Fu quello l'ultimo incontro tra allievo e Maestro.

Secondo gli standard degli anni 60-70, allorché i matematici raggiungevano la cattedra all'età media di 34-36 anni, la carriera accademica di Santagati non fu così rapida come ci si sarebbe aspettato dal suo acume matematico e dalla sua grande competenza, perché spesso funestata da incidenti e malattie, che lo tennero non di rado lontano dal Seminario Matematico e dalla ricerca scientifica.

Nel 1965 consegue la libera docenza in Analisi matematica. E' questo l'anno in cui

conobbi Santagati: ero allora, insieme a Salvatore Giuffrida, Antonino Maugeri, Giuseppe Paxia, Salvatore Pluchino, Anna Pompei, Rosario Strano, Mariano Torrisi, Lorenzo Tuccari (oggi tutti docenti del nostro ateneo), studente del terzo anno del corso di laurea in Matematica. Tra gli insegnamenti obbligatori c'era il corso di Istituzioni di analisi superiore, tenuto appunto dal Prof. Santagati. All'inizio del corso, nel novembre del 1964, si presentò però il Prof. Francesco Guglielmino: Santagati aveva avuto uno dei suoi incidenti che aveva procurato la frattura del femore della sua gamba sana, costringendolo all'immobilità. Santagati si presentò alle lezioni nel febbraio del 1965, a metà corso, una volta ristabilitosi. Qualche mese dopo festeggiammo con Lui in aula la sua nomina a libero docente.

Nel 1970 è "ternato" nel concorso a cattedre di Matematica generale dell'Università di Cagliari ed è chiamato a Catania alla cattedra di Istituzioni di matematiche del corso di laurea in Scienze biologiche. L'anno dopo ottiene il trasferimento ad una delle cattedre di Analisi matematica del corso di laurea in Matematica, dove terrà l'insegnamento di Istituzioni di analisi superiore fino al pensionamento. Generazioni di studenti di Matematica lo ricordano come scrupoloso, attento ed illuminato docente di teoria della misura e dell'integrazione. A fine carriera, nel 2001, volle raccogliere e pubblicare, in collaborazione con la sua ultima "assistente" Alessandra Ragusa, gli appunti del suo corso, che negli anni aveva via via perfezionato ed arricchito.

La produzione scientifica di Santagati riguarda essenzialmente tre campi: Teoria della misura e dell'integrazione, Equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali, Teoria matematica dei controlli. Di teoria della misura e di equazioni differenziali si occupò principalmente negli anni giovanili. Le ricerche che dedicò invece alla teoria matematica dei controlli abbracciano un lungo periodo di tempo, vanno all'incirca dal 1970 al 2005, e coinvolsero, in più occasioni, molti ricercatori, tra cui Rosalba Di Vincenzo, Giovanni Emmanuele, Laila Giusti, Salvatore Angelo Marano, Mario Marino, Ornella Naselli, Giuseppe Pulvirenti, Giuseppe Tomaselli (1940-1998), Alfonso Villani. A questo argomento è dedicato l'ultimo suo lavoro, scritto nel 2005 in collaborazione con Pulvirenti e Villani e pubblicato sulla rivista "Le Matematiche", edita dal Dipartimento di Matematica e Informatica del nostro ateneo.

Fra i lavori di Santagati di teoria della misura merita particolare rilievo la nota [4], in cui viene dimostrato un teorema di relativa limitatezza, in un reticolo \mathfrak{R} relativamente normale e condizionatamente \cup -completo, di una funzione numerica finita ϕ definita in \mathfrak{R} e soddisfacente opportune condizioni. Questo teorema contiene una proposizione di F. Cafiero, nonché un noto risultato di R. Caccioppoli e le sue ipotesi permettono di prolungare univocamente la funzione numerica ϕ in una misura relativa sul più piccolo reticolo relativamente completo e numerabilmente \cap -completo contenente \mathfrak{R} . L'argomento viene ripreso in [7], ove vengono stabiliti due teoremi, aventi carattere duale (teoremi 1 e 6), il primo dei quali fornisce un affinamento del teorema ottenuto in [4], in quanto viene tolta, tra l'altro, l'ipotesi che \mathfrak{R} sia condizionatamente \cup -completo. Una conseguenza di queste proposizioni sono due teoremi di prolungamento (teoremi 10 e 11) per misure relative. Sul problema del prolungamento di misure Santagati ritorna in [8], dove dà una dimostrazione particolarmente semplice e diretta di due noti teoremi di prolungamento di U. Barbuti, che in [9] vengono enunciati sotto nuova forma.

I problemi della relativa limitatezza e del prolungamento di una funzione a valori vettoriali vengono affrontati, con la collaborazione di G. Pulvirenti, nel 1969 nei lavori [20] e [21], prendendo spunto dai risultati contenuti in una monografia di N. Dinculeanu apparsa in quegli anni e dedicata allo studio delle misure a valori vettoriali. In particolare in [20] viene mostrato come, con semplici procedimenti, del tutto analoghi a quelli usati nel caso di funzioni numeriche, si possa estendere per le funzioni a valori in uno spazio normato il risultato di relativa limitatezza che trovasi in N. Dinculeanu, considerando però gli stessi insiemi di definizione presi in esame in [4] e [7] nel caso di funzioni numeriche.

Varia ed articolata è la produzione scientifica di Santagati nel campo delle Equazioni differenziali. Spazia dal problema di Picard per le equazioni differenziali del secondo ordine di tipo iperbolico in due variabili (vedi [11], [12], [13]) a quello di Darboux (vedi [1]), dai sistemi iperbolici di equazioni alle derivate parziali del primo ordine (vedi [2]) a quelli di equazioni integrodifferenziali (vedi [5], [10]), contemplando anche l'esistenza, l'unicità e la dipendenza continua dai dati delle soluzioni di problemi ai limiti non lineari negli spazi di Banach (vedi [6], [14], [15], [23], [24]). In particolare in [15] viene preso in esame il problema ai limiti astratto: $Lx=Hx$, $\Omega x=0$, dove L , H , Ω sono operatori definiti in un sottospazio di uno spazio di Banach e a valori in spazi vettoriali, con L lineare, e stabiliti criteri di esistenza ed unicità della soluzione, nonché risultati di dipendenza continua dai dati. In [24] Santagati ritorna su questo problema e lo risolve facendo uso del classico metodo delle approssimazioni successive di Picard, eliminando certe ipotesi di compattezza.

Sono una ventina i lavori che Santagati dedica alla Teoria matematica dei controlli, quasi tutti in collaborazione con G. Pulvirenti. Questa teoria, che ha avuto origine dallo sviluppo della tecnica e dell'automazione, studia, come è noto, il "comportamento" delle soluzioni di problemi al contorno e/o iniziali per le equazioni differenziali ordinarie (processi di controllo con parametri concentrati) o alle derivate parziali (*processi di controllo con parametri distribuiti*), al variare del termine noto dell'equazione e dei dati al contorno e/o iniziali. In particolare, dato un sistema materiale il cui stato, rappresentato da un n -vettore reale x , si evolve al variare del tempo t in un intervallo $[0, T]$, secondo la legge descritta da una equazione differenziale ordinaria:

$$x' - A(t)x = B(t)u(t) + C(t),$$

dove A , B , C sono matrici $n \times n$, $n \times m$ e $n \times 1$, rispettivamente, e assegnati due insiemi V e W dello spazio euclideo ad n dimensioni ed un sottoinsieme U di uno spazio vettoriale B di m -vettori definiti q.o. in $[0, T]$, si pone il problema (P) di vedere se il sistema materiale è controllabile in $U \times V$, cioè se esistono u in U (controllo permanente) e v in V (controllo iniziale) in modo che vi sia almeno una soluzione $x(t, u, v)$ dell'equazione differenziale assegnata tale che $x(0, u, v) = v$ e $x(T, u, v)$ appartenga all'obiettivo W . Il problema (P), studiato da H.A. Antosiewicz e da R. Conti nel caso che U è un sottoinsieme dello spazio L^p , è affrontato da Santagati nel caso in cui U è un sottoinsieme di uno spazio di Orlicz di funzioni a valori nello spazio euclideo ad m dimensioni (vedi [16]) o a valori in uno spazio di Hilbert (vedi [17]). Per quanto riguarda invece i processi di controllo con parametri distribuiti, Santagati, Pulvirenti e la loro scuola si occupano prevalentemente di problemi di controllo per sistemi materiali retti dall'equazione differenziale alle derivate parziali di tipo iperbolico (processo di controllo):

$$z_{xy} + A(x, y)z_x + B(x, y)z_y + C(x, y)z = U(x, y), \text{ q.o. in } \Delta,$$

dove $\Delta = [0, a] \times [0, b]$ ($a, b > 0$), A , B , C , A_x , B_y sono funzioni continue in Δ e U appartiene allo spazio $L^p(\Delta)$ con $1 < p < +\infty$.

E' noto che, se ϕ e ψ sono funzioni reali definite in $[0, a]$ e in $[0, b]$, rispettivamente, e soddisfacenti ad opportune ipotesi, allora esiste una ed una sola soluzione z dell'equazione iperbolica assegnata, verificante le condizioni: $z(x, 0) = \phi(x)$ in $[0, a]$, $z(0, y) = \psi(y)$ in $[0, b]$ (vedi [27]). Lo stato S del sistema materiale dipende dunque dalla coppia (ϕ, ψ) e dal termine noto U e pertanto può essere influenzato in due diversi modi: per una assegnata U , attraverso la scelta dello stato iniziale (ϕ, ψ) (*controllo iniziale*) o, per una data coppia (ϕ, ψ) , attraverso la scelta di U (*controllo permanente*). In altre parole la coppia $((\phi, \psi), U)$ esercita un *controllo* sull'evoluzione di S . Assumendo allora come controllo la coppia $((\phi, \psi), U)$ e come *obiettivo* un

opportuno insieme Y , da raggiungere sui lati di Δ non contenenti l'origine, oppure un valore ξ , da raggiungere nel punto (a,b) di Δ : $z(a,b) = \xi$, possono essere studiati problemi di "controllabilità completa", di "controllabilità in un sottoinsieme proprio dello spazio dei controlli", di "controllo ottimo". Di questi problemi di controllabilità Santagati si occupa nei lavori [18], [19], [22], [25] e [26], facendo uso di una conveniente rappresentazione della soluzione $z(x,y; (\phi,\psi), U)$ del processo di controllo, in termini di funzioni integrale. Questi lavori assicurano, tra l'altro, la completa controllabilità per il processo di controllo con parametri distribuiti:

$$(E) \quad z_{xy} + A(x,y)z_x + B(x,y)z_y + C(x,y)z = F(x,y)U(x,y) + G(x,y),$$

quando $F=1$ e $G=0$. Lo studio di quest'ultimo processo di controllo quando $F \neq 1$ e $G \neq 0$ è oggetto dei lavori [28] (dove è introdotto un tipo più debole di controllabilità completa, che viene caratterizzato in funzione di A, B, C, F), [29], [30] e [31]. Problemi di controllo ottimo per processi retti da equazioni di questo tipo sono stati considerati da A.I. Egorov, che ha sottolineato la loro importanza nello studio di fenomeni di assorbimento dei gas da parte di corpi porosi.

Nei suoi ultimi lavori Santagati affronta, con G. Pulvirenti e A. Villani, processi di controllo con parametri distribuiti in insiemi non limitati (vedi [33], [34], [36] e [39]). Quest'ultima serie di lavori completa mirabilmente la teoria matematica dei controlli per processi retti dall'equazione differenziale iperbolica (E).

Gli impegni accademici a cui Santagati fu chiamato furono numerosi e di prestigio, da Lui sempre assolti con grande scrupolo, dedizione ed eccezionale competenza. Fu, presso l'Università di Catania, Direttore del Seminario Matematico per sei anni e Preside della Facoltà di Scienze MM. FF. NN. per ben 18 anni, a partire dall'a.a. 1979-80. La competenza, la disponibilità e la grande capacità di mediazione

di Santagati ne hanno fatto uno dei più prestigiosi ed amati presidi dell'Ateneo catanese, che al suo pensionamento volle proporlo per la nomina a Professore Emerito. Era anche socio dell'Unione Matematica Italiana e del Circolo Matematico di Palermo e Commendatore dell'Ordine "Al merito della Repubblica Italiana". Fu socio effettivo dell'Accademia Gioenia dal 1971 al 2005, poi socio emerito; negli anni 1987-1995 ricoprì la carica di Vicepresidente.

L'ultima volta che Santagati venne in Facoltà fu il 5 novembre 2007, per essere presente, nonostante il suo non più buono stato di salute, alla mia lezione inaugurale dell'a.a. 2007-08. Alla fine della lezione non ebbi modo di salutarlo, pensai al rientro a casa di chiamarlo. Una sua telefonata mi precedette: era felice di essere stato ancora una volta con noi nella sua amata facoltà ad ascoltare un seminario di matematica. Prima di salutarmi mi chiese il testo della lezione e si congratulò per la nascita del mio primo nipotino, avvenuta in quei giorni. Il 21 dicembre 2007 andai a trovarlo per fargli gli auguri di Natale, portando con me il testo richiestomi ed i confetti del piccolo Gaetano. Le sue condizioni di salute erano purtroppo notevolmente peggiorate, gli permettevano a stento di parlare. Con grande fatica mi ringraziò e manifestò poi il suo grande dolore per la perdita del collega Angelo Marcello Anile (1948-2007). Non riuscì a dire altro. Fu l'ultima volta che lo vidi.

Elenco delle pubblicazioni di GIUSEPPE SANTAGATI

[1] *Il problema di Darboux per una equazione del secondo ordine di tipo iperbolico*, *Le Matematiche*, 14 (1959), pp. 115-147.

[2] *Su un problema al contorno per una classe di sistemi iperbolici di equazioni alle derivate parziali del primo ordine*, *Le Matematiche*, 15 (1960), pp. 1-14.

[3] *Equazioni differenziali ordinarie quasi lineari con condizioni quasi lineari. Unicità e dipendenza della soluzione dai dati*, Ann. Mat. Pura Appl., (4) 62 (1963), pp. 335-370.

[4] *Su di un teorema di Caccioppoli concernente la limitatezza di una funzione numerica definita in un reticolo*, Ricerche di Matematica, 12 (1963), pp. 110-120.

[5] *Su alcuni sistemi di equazioni integrodifferenziali*, Ann. Mat. Pura Appl., (4) 63 (1963), pp. 71-121.

[6] *Problemi quasi lineari negli spazi di Banach. Unicità e dipendenza continua della soluzione dai dati*, Le Matematiche, 18 (1963), pp. 15-39.

[7] *Ulteriori osservazioni sulla limitatezza di una funzione numerica definita in un reticolo d'insiemi*, Ricerche di Matematica, 12 (1963), pp. 262-269.

[8] *Sopra un teorema della teoria del prolungamento di misure*, Le Matematiche, 18 (1963), pp. 73-82.

[9] *Alcune osservazioni sopra il problema del prolungamento di misure relative da reticoli d'insiemi*, Le Matematiche, 18 (1963), pp. 83-97.

[10] *Su alcuni sistemi di equazioni integrodifferenziali in ipotesi di Carathéodory*, Ann. Mat. Pura Appl., (4) 67 (1965), pp. 235-299.

[11] *Sulla derivazione sotto il segno di integrale*, Le Matematiche, 21 (1966), pp. 313-32

[12] *Sul problema di Picard in ipotesi di Carathéodory*, Atti del Convegno sulle equazioni alle derivate parziali, Bologna, 22-24 aprile 1967, Oderisi, Gubbio, 1967, pp. 159-163.

[13] *Sul problema di Picard in ipotesi di Carathéodory*, Ann. Mat. Pura Appl., (4) 75 (1967), pp. 47-94.

[14] *Sulla dipendenza continua dai dati della soluzione relativa ad una classe di problemi ai limiti non lineari negli spazi vettoriali*, Le Matematiche, 22 (1967), pp. 24-39.

[15] *Esistenza, unicità e dipendenza continua per una classe di problemi ai limiti non lineari*, Ann. Mat. Pura Appl., (4) 76 (1967), pp. 133-147 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[16] *Controlli lineari negli spazi di Orlicz*, Ann. Mat. Pura Appl., (4) 76 (1967), pp. 165-202 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[17] *Sulla teoria dei controlli lineari negli spazi di Orlicz di funzioni a valori vettoriali*, Ann. Mat. Pura Appl., (4) 78 (1968), pp. 279-321 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[18] *Alcuni problemi di controllo ottimo relativi ad una equazione alle derivate parziali di tipo iperbolico*, Le Matematiche, 23 (1968), pp. 522-540.

[19] *Controlli lineari nel problema di Dirichlet per una equazione di tipo iperbolico*, Le Matematiche, 23 (1968), pp. 561-577 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[20] *Sulla relativa limitatezza di una funzione a valori vettoriali definita in un reticolo d'insiemi*, Le Matematiche, 24 (1969), pp. 47-55 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[21] *Sul prolungamento finitamente additivo o σ -additivo di una funzione a valori vettoriali modulare in un reticolo*, Le Matematiche, 24 (1969), pp. 56-65 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[22] *Nuovi contributi alla teoria dei controlli per sistemi materiali retti da una equazione alle derivate parziali di tipo iperbolico*, Le Matematiche, 24 (1969), pp. 375-391 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[23] *Sulla dipendenza continua dal complesso dei dati delle soluzioni di una classe di problemi ai limiti non lineari*, Le Matematiche, 25 (1970), pp. 324-338 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[24] *Sulle approssimazioni successive delle soluzioni di una classe di problemi ai limiti non lineari*, Le Matematiche, 25 (1970), pp. 339-349 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[25] *Sul minimo di funzioni costo relative ad un processo di controllo con parametri*

distribuiti, *Le Matematiche*, 26 (1971), pp. 325-347 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[26] *On an optimal control problem for a hyperbolic partial differential equation*, *J. Optimization Theory and Appl.*, 7 (1971), pp. 1-10.

[27] *Alcuni problemi di teoria dei controlli relativi ad un processo di controllo con parametri distribuiti*, *Conf. Sem. Mat. Univ. Bari*, 129 (1972), pp. 1-33.

[28] *Alcune osservazioni sulla controllabilità completa di un processo di controllo con parametri distribuiti*, *Le Matematiche*, 28 (1973), pp. 196-207 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[29] *Sulla controllabilità completa in luogo determinato ed in luogo variabile per un processo di controllo con parametri distribuiti*, *Boll. Un. Mat. Ital.*, 11, Suppl. fasc. 3 (1975), pp. 316-328 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[30] *Un problema di minimo relativo ad un processo di controllo con parametri distribuiti*, *Le Matematiche*, 31 (1976), pp. 371-389 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[31] *On the uniqueness of the solution to a minimum problem for a control process with distributed parameters*, *J. Optimization Theory and Appl.*, 28 (1979), pp. 109-124 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[32] *Sulla controllabilità in luogo variabile del processo di controllo $z_{xy}+A(x,y)z_x+B(x,y)z_y + C(x,y)z=f(x,y,U(x,y))$* , *Le Matematiche*, 36 (1981), pp. 235-250 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[33] *Processi di controllo con parametri distribuiti in insiemi non limitati. Controllabilità completa approssimata*, *Ann. Mat. Pura Appl.*, (4) 33 (1983), pp. 35-50 (in collaborazione con G. Pulvirenti).

[34] *Processi di controllo con parametri distribuiti in insiemi non limitati. Insieme raggiungibile*, *Boll. Un. Mat. Ital.*, (7) 4-B (1990), pp. 345-379 (in collaborazione con G. Pulvirenti e A. Villani).

[35] *La teoria dei numeri fondamento della Matematica: certezza o incertezza?*, *Prolusione all'Inaugurazione dell'a.a. 1994-95*, Catania, 28 novembre 1994.

[36] *Processi di controllo con parametri distribuiti in insiemi non limitati. Problemi di controllo*, *Le Matematiche*, 51 (1996), pp. 413-443 (in collaborazione con G. Pulvirenti e A. Villani).

[37] *Istituzioni di Analisi Superiore*, Spazio Libri, Catania, 2001 (in collaborazione con M.A. Ragusa Jelo).

[38] *Control processes with distributed parameters in unbounded sets. Approximate controllability with variable initial locus*, in F. Giannessi, A. Maugeri (Eds), *Variational Analysis and Applications, Nonconvex Optim. Appl.*, 79, Springer, New York, 2005, pp. 855-887 (in collaborazione con G. Pulvirenti e A. Villani).

[39] *Processi di controllo con parametri distribuiti in insiemi non limitati. Controllabilità con luogo iniziale variabile*, *Le Matematiche*, 60 (2005), pp. 189-240 (in collaborazione con G. Pulvirenti e A. Villani).